

## ΛΥΜΕΝΕΣ ΑΣΚΗΣΕΙΣ Α ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ

Οι παρακάτω απαντήσεις αφορούν τις ασκήσεις και τα προβλήματα του σχολικού βιβλίου στη σελίδα 43.

3. Τα κλάσματα έχουν ίδιο αριθμητή άρα αφού  $10 < 11 < 12 < 13 < 14$

$$\text{τότε: } \frac{31}{10} > \frac{31}{11} > \frac{31}{12} > \frac{31}{13} > \frac{31}{14}.$$

4. Α.  $5 < 8$  άρα  $\frac{5}{8} < 1$ .      Β.  $9 < 10$  άρα  $\frac{9}{10} < 1$ .      Γ.  $12 > 11$

$$\text{άρα } \frac{12}{11} > 1$$

$$\Delta. 16 = 16 \text{ άρα } \frac{16}{16} = 1 \quad \text{Ε. } 109 < 120 \text{ άρα } \frac{109}{120} < 1.$$

5. ΕΚΠ(5,10,15)=30 άρα:

$$\frac{3}{5} = \frac{3 \cdot 6}{5 \cdot 6} = \frac{18}{30}, \quad \frac{8}{15} = \frac{8 \cdot 2}{15 \cdot 2} = \frac{16}{30}, \quad \frac{5}{10} = \frac{5 \cdot 3}{10 \cdot 3} = \frac{15}{30},$$

$$\frac{20}{15} = \frac{20 \cdot 2}{15 \cdot 2} = \frac{40}{30}, \quad \frac{7}{5} = \frac{7 \cdot 6}{5 \cdot 6} = \frac{42}{30}.$$

$$\text{Είναι: } \frac{15}{30} < \frac{16}{30} < \frac{18}{30} < \frac{40}{30} < \frac{42}{30} \quad \text{δηλαδή} \quad \frac{5}{10} < \frac{8}{15} < \frac{3}{5} < \frac{20}{15} < \frac{7}{5}.$$

6. Α. Είναι:  $\frac{3}{3} < \frac{5}{3} < \frac{6}{3}$  ή, με απλοποίηση,  $1 < \frac{5}{3} < 2$ .

Β. Είναι:  $\frac{6}{2} < \frac{7}{2} < \frac{8}{2}$  ή, με απλοποίηση,  $3 < \frac{7}{2} < 4$ .

Γ. Είναι:  $\frac{60}{5} < \frac{63}{5} < \frac{65}{5}$  ή, με απλοποίηση,  $12 < \frac{63}{5} < 13$ .

Δ. Είναι:  $\frac{120}{10} < \frac{125}{10} < \frac{130}{10}$  ή, με απλοποίηση,  $12 < \frac{125}{10} < 13$ .

7. Τα  $\frac{1}{2}$ ,  $\frac{1}{4}$ ,  $\frac{3}{4}$ ,  $\frac{4}{5}$ , και  $\frac{9}{10}$  είναι  $< 1$  γιατί ο αριθμητής του είναι μεγαλύτερος του παρονομαστή.

$$\text{ΕΚΠ}(2,4,5,10)=20 \text{ άρα } \frac{1}{2} = \frac{10}{20}, \frac{1}{4} = \frac{5}{20}, \frac{3}{4} = \frac{15}{20}, \frac{4}{5} = \frac{16}{20} \text{ και } \frac{9}{10} = \frac{18}{20}$$

οπότε:  $\frac{5}{20} < \frac{10}{20} < \frac{15}{20} < \frac{16}{20} < \frac{18}{20}$  ή  $0 < \frac{1}{4} < \frac{1}{2} < \frac{3}{4} < \frac{4}{5} < \frac{9}{10} < 1$ .

**8.** Α. Οι αποστάσεις 0-1, 1-2... κοκ είναι χωρισμένες σε 5 ίσα τμήματα η καθεμία, άρα:

$$Α: \frac{1}{5}, \quad Β: \frac{4}{5}, \quad Γ: \frac{6}{5}, \quad Δ: \frac{9}{5}, \quad Ε: \frac{11}{5}$$

Β. Οι αποστάσεις 0-1, 1-2... κοκ είναι χωρισμένες σε 3 ίσα τμήματα η καθεμία, άρα:

$$Α: \frac{1}{3}, \quad Β: \frac{2}{3}, \quad Γ: \frac{4}{3}, \quad Δ: \frac{7}{3}.$$

Οι παρακάτω απαντήσεις αφορούν τις ασκήσεις και τα προβλήματα του σχολικού βιβλίου στη σελίδα 46.

**4.** Α.  $15 = 4 \cdot 3 + 3 = 12 + 3$ , άρα:  $15/4 = \frac{12+3}{4} = \frac{12}{4} + \frac{3}{4} = 3 + \frac{3}{4} = 3\frac{3}{4}$ .

Β.  $5 = 2 \cdot 2 + 1 = 4 + 1$ , άρα:  $\frac{5}{2} = \frac{4+1}{2} = \frac{4}{2} + \frac{1}{2} = 2 + \frac{1}{2} = 2\frac{1}{2}$ .

Γ.  $38 = 3 \cdot 12 + 2 = 36 + 2$ . άρα:  $\frac{38}{12} = \frac{36+2}{12} = \frac{36}{12} + \frac{2}{12} = 3 + \frac{2}{12} = 3\frac{2}{12}$ .

**5.** Α.  $\frac{3}{8} + 2 = \frac{3}{8} + \frac{2}{1} = \frac{3}{8} + \frac{2 \cdot 8}{1 \cdot 8} = \frac{3}{8} + \frac{16}{8} = \frac{3+16}{8} = \frac{19}{8}$ .

Β.  $\frac{12}{15} + 1 = \frac{12}{15} + \frac{1}{1} = \frac{12}{15} + \frac{15 \cdot 1}{15 \cdot 1} = \frac{12}{15} + \frac{15}{15} = \frac{12+15}{15} = \frac{27}{15} = \frac{9}{5}$ .

Γ.  $\frac{16}{20} + \frac{3}{10} + 5 = \frac{16}{20} + \frac{3 \cdot 2}{10 \cdot 2} + \frac{5 \cdot 20}{1 \cdot 20} = \frac{16}{20} + \frac{6}{20} + \frac{100}{20} = \frac{16+6+100}{20} = \frac{122}{20} = \frac{61}{10}$ .

**6.** Α.  $3 - 2\frac{1}{5} = 3 - \left(2 + \frac{1}{5}\right) = 3 - \left(\frac{2}{1} + \frac{1}{5}\right) = 3 - \left(\frac{2 \cdot 5}{1 \cdot 5} + \frac{1}{5}\right)$   
 $= 3 - \left(\frac{10+1}{5}\right) = 3 - \frac{11}{5} = \frac{3 \cdot 5}{1 \cdot 5} - \frac{11}{5} = \frac{15}{5} - \frac{11}{5} =$   
 $= \frac{15-11}{5} = \frac{4}{5}$ .

$$\begin{aligned}
 \text{B. } 4\frac{1}{3} - 2\frac{1}{2} &= \left(4 + \frac{1}{3}\right) - \left(2 + \frac{1}{2}\right) = \left(\frac{4 \cdot 3 + 1}{1 \cdot 3} + \frac{1}{3}\right) - \left(\frac{2 \cdot 2}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2}\right) \\
 &= \left(\frac{12}{3} + \frac{1}{3}\right) - \left(\frac{4}{2} + \frac{1}{2}\right) = \frac{13}{3} - \frac{5}{2} = \\
 &= \frac{13 \cdot 2}{3 \cdot 2} - \frac{5 \cdot 3}{2 \cdot 3} = \frac{26}{6} - \frac{15}{6} = \frac{26-15}{6} = \frac{11}{6} = \frac{6+5}{6} = \frac{6}{6} + \frac{5}{6} = 1 + \frac{5}{6} = 1\frac{5}{6}.
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{Γ. } 1\frac{2}{3} - \frac{4}{5} &= \left(1 + \frac{2}{3}\right) - \frac{4}{5} = \left(\frac{1 \cdot 3 + 2}{1 \cdot 3} + \frac{2}{3}\right) - \frac{4}{5} = \left(\frac{3}{3} + \frac{2}{3}\right) - \frac{4}{5} \\
 &= \frac{3+2}{3} - \frac{4}{5} = \frac{5}{3} - \frac{4}{5} = \frac{5 \cdot 5}{3 \cdot 5} - \frac{4 \cdot 3}{5 \cdot 3} = \frac{25}{15} - \frac{12}{15} = \\
 &= \frac{25-12}{15} = \frac{13}{15}.
 \end{aligned}$$

## ΓΕΝΙΚΕΣ ΑΣΚΗΣΕΙΣ

4. Να απλοποιήσετε τα παρακάτω κλάσματα ώστε να γίνουν ανάγωγα.

$$\begin{array}{llll}
 \text{α) } \frac{10}{12} & \text{β) } \frac{420}{75} & \text{γ) } \frac{45 \cdot 77 \cdot 25}{18 \cdot 35 \cdot 55} & \text{δ) } \frac{2^2 \cdot 3^3 \cdot 5^4}{2 \cdot 3^4 \cdot 5} \\
 \text{ε) } \frac{3^3 + 3^2 - 3}{2 + 4 \cdot 5} & \text{στ) } \frac{3 \cdot 636}{9 \cdot 999} & \text{ζ) } \frac{8 \cdot \alpha}{10 \cdot \alpha} & \text{η) } \frac{15 \cdot \alpha + 5 \cdot \alpha}{10 \cdot \alpha + 5 \cdot \alpha}
 \end{array}$$

*Λύση*

$$\text{α) } \frac{10}{12} = \frac{10:2}{12:2} = \frac{5}{6}.$$

β) Βρίσκουμε τον ΜΚΔ(420,75). Για το σκοπό αυτόν αναλύουμε τους αριθμούς 420 και 75 σε γινόμενο πρώτων παραγόντων.

$$\begin{aligned}
 420 &= 2^2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 & 75 &= 3 \cdot 5^2 & \text{ΜΚΔ}(420,75) &= 3 \cdot 5 = 15 \\
 \frac{420}{75} &= \frac{420:15}{75:15} = \frac{28}{5}.
 \end{aligned}$$

$$\text{γ) } \frac{45 \cdot 77 \cdot 25}{18 \cdot 35 \cdot 55} = \frac{(5 \cdot 9) \cdot (7 \cdot 11) \cdot (5 \cdot 5)}{(9 \cdot 2) \cdot (5 \cdot 7) \cdot (5 \cdot 11)} = \frac{5 \cdot 9 \cdot 7 \cdot 11 \cdot 5 \cdot 5}{9 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 5 \cdot 11} = \frac{\cancel{5} \cdot \cancel{9} \cdot \cancel{7} \cdot \cancel{11} \cdot \cancel{5} \cdot 5}{\cancel{9} \cdot 2 \cdot \cancel{5} \cdot \cancel{7} \cdot \cancel{5} \cdot \cancel{11}} = \frac{5}{2}.$$

δ) Απλοποιούμε το κλάσμα χωρίς να υπολογίσουμε τις δυνάμεις.

$$\frac{2^2 \cdot 3^3 \cdot 5^4}{2 \cdot 3^4 \cdot 5} = \frac{\cancel{2} \cdot 2 \cdot \cancel{3} \cdot \cancel{3} \cdot \cancel{3} \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5}{\cancel{2} \cdot \cancel{3} \cdot \cancel{3} \cdot \cancel{3} \cdot 3 \cdot 5} = \frac{2 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5}{3} = \frac{2 \cdot 5^3}{3} = \frac{2 \cdot 125}{3} = \frac{250}{3}.$$

$$\text{ε) } \frac{3^3 + 3^2 - 3}{2 + 4 \cdot 5} = \frac{27 + 9 - 3}{2 + 20} = \frac{36 - 3}{22} = \frac{33}{22} = \frac{33:11}{22:11} = \frac{3}{2}.$$

$$\text{στ) } \frac{3 \cdot 636}{9 \cdot 999} = \frac{36 \cdot 100 + 36}{99 \cdot 100 + 99} = \frac{36 \cdot (100+1)}{99 \cdot (100+1)} = \frac{36 \cdot 101}{99 \cdot 101} = \frac{36}{99} = \frac{36:9}{99:9} = \frac{4}{11}.$$

$$\text{ζ) } \frac{8 \cdot \alpha}{10 \cdot \alpha} = \frac{8}{10} = \frac{8:2}{10:2} = \frac{4}{5}.$$

$$\text{η) } \frac{15 \cdot \alpha + 5 \cdot \alpha}{10 \cdot \alpha + 5 \cdot \alpha} = \frac{\alpha \cdot (15+5)}{\alpha \cdot (10+5)} = \frac{\alpha \cdot 20}{\alpha \cdot 15} = \frac{20}{15} = \frac{20:5}{15:5} = \frac{4}{3}.$$